

Universidad de La Salle

**Ciencia Unisalle**

---

Ingeniería Eléctrica

Facultad de Ingeniería

---

1-1-2018

## Cuantificar el impacto de un programa de respuesta de la demanda basado en incentivos en el mercado eléctrico diario colombiano

Nieves Ávila Angie Magally  
*Universidad de La Salle, Bogotá*

Follow this and additional works at: [https://ciencia.lasalle.edu.co/ing\\_electrica](https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica)

---

### Citación recomendada

Angie Magally, N. Á. (2018). Cuantificar el impacto de un programa de respuesta de la demanda basado en incentivos en el mercado eléctrico diario colombiano. Retrieved from [https://ciencia.lasalle.edu.co/ing\\_electrica/183](https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica/183)

This Trabajo de grado - Pregrado is brought to you for free and open access by the Facultad de Ingeniería at Ciencia Unisalle. It has been accepted for inclusion in Ingeniería Eléctrica by an authorized administrator of Ciencia Unisalle. For more information, please contact [ciencia@lasalle.edu.co](mailto:ciencia@lasalle.edu.co).

CUANTIFICAR EL IMPACTO DE UN PROGRAMA DE RESPUESTA DE LA DEMANDA  
BASADO EN INCENTIVOS EN EL MERCADO ELÉCTRICO DIARIO COLOMBIANO

ANGIE MAGALLY NIEVES AVILA

UNIVERSIDAD DE LA SALLE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA  
BOGOTÁ D.C.  
2018

CUANTIFICAR EL IMPACTO DE UN PROGRAMA DE RESPUESTA DE LA DEMANDA  
BASADO EN INCENTIVOS EN EL MERCADO ELÉCTRICO DIARIO COLOMBIANO

ANGIE MAGALLY NIEVES AVILA

MONOGRAFÍA

Director Universidad de La Salle  
FABIAN SALAZAR CACERES  
MAGISTER EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

UNIVERSIDAD DE LA SALLE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA  
BOGOTÁ D.C.  
2018

Copyright © 2018 por Angie M. Nieves A. Todos los derechos reservados.

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Bogotá D.C, 29 de agosto de 2018

“El saber es el único espacio de libertad del ser.”  
Michel Foucault

“Lo que eres es lo que has sido. Lo que serás es lo que haces a partir de ahora.”  
Buda

A mis padres y a mi hermano que me acompañaron en este camino, este logro lleva sus nombres  
en cada palabra.

## **Agradecimientos**

Quiero agradecer a mi familia por su apoyo a lo largo de este proceso; esta etapa de mi vida es producto de su esfuerzo, confianza, y amor hacia mí.

A cada uno de los docentes, ingenieros, compañeros y amigos que aportaron en mi formación y desarrollo como profesional, les agradezco por contribuir en cada instante en este proceso de aprendizaje.

La culminación de mis estudios como ingeniera electricista, es una realidad gracias a cada uno de ustedes.

## **Resumen**

Los programas de respuesta de la demanda basados en incentivos (PBI) representan una alternativa para la gestión de la demanda, por lo que se hace necesario el análisis del impacto en el mercado eléctrico diario y sus participantes. En este trabajo se cuantificó el impacto con base en los PBI regulados actualmente en el país sobre los usuarios finales y el perfil de consumo diario por medio de una propuesta en la que se considera como referencia la curva de demanda actual en la cual no se ofrecen incentivos. El proyecto se hizo con dos PBI de acuerdo con las condiciones del país, esto con el fin de mostrar los beneficios de la inclusión de los usuarios finales en el mercado eléctrico diario.



## Tabla de contenidos

Capítulo 1 Introducción e información general .....	1
Información general .....	7
Capítulo 2 Bases matemáticas y económicas.....	10
Ley de demanda. ....	10
Ley de oferta. ....	10
Equilibrio de mercado.....	11
Teoría del consumidor: preferencias y restricciones. ....	12
Elasticidad de la demanda para los usuarios.....	13
Efecto de los PRD sobre los precios. ....	14
Estática comparativa. ....	15
Norma <b>12</b> .....	15
Capítulo 3 Modelo matemático de un PBI.....	16
Formulación del modelo matemático.....	16
Modelo matemático para un único periodo. ....	18
Modelación de cargas elásticas en varios periodos.....	20
Modelo económico de consumo. ....	21
Usuarios participantes en Colombia. ....	21
Capítulo 4 Implementación del modelo y resultados numéricos .....	24
Caso 1: resultados de los PBI con una elasticidad constante para cada periodo. ....	26
Caso 2: resultados de los PBI con una diferenciación en la elasticidad. ....	28
Análisis cualitativo.....	30
Capítulo 5 Conclusiones y recomendaciones .....	32
Capítulo 6 Trabajos futuros .....	33
Lista de referencias .....	34
Anexo A .....	36
Anexo B .....	42
Anexo C .....	43

## **Lista de tablas**

Tabla 1. Elasticidad de los usuarios participantes en Colombia.....	22
Tabla 2. Comparación económica entre los PBI.....	27
Tabla 3. Comparaciones técnicas entre los PBI.....	27
Tabla 4. Elasticidad propia y cruzada. ....	28
Tabla 5. Comparación económica entre los PBI.....	30
Tabla 6. Comparaciones técnicas entre los PBI.....	30

## Lista de figuras

Figura 1. Diagrama esquemático reducido del mercado eléctrico colombiano. ....	4
Figura 2. Comportamiento de la demanda de energía en Colombia 2005-2015. ....	8
Figura 3. Cruce entre las curvas de oferta y demanda. ....	12
Figura 4. Curva típica de precio vs demanda. ....	13
Figura 5. Efecto simplificado de RD sobre los precios de mercado de la electricidad. ....	15
Figura 6. Curva de respuesta de la demanda inicial. ....	25
Figura 7. Curva de respuesta de la demanda con la inclusión PBI para el caso 1. ....	26
Figura 8. Curva de RD con la inclusión PBI para el caso 2. ....	29

## **Capítulo 1**

### **Introducción e información general**

Durante las últimas décadas el consumo energético mundial se ha incrementado considerablemente acompañado del crecimiento económico. Este incremento se refleja en el sector eléctrico en un aumento acelerado del consumo, por ello, en el mundo se han buscado alternativas para asignar los recursos energéticos de manera óptima e involucrar a la demanda en forma activa.

La respuesta de la demanda (RD) es un concepto con el que se busca involucrar directamente la participación de los consumidores finales, y que empatiza con la nueva filosofía de establecer un sistema eléctrico eficiente, en el que las fluctuaciones de la demanda se mantengan lo más pequeñas posibles para mitigar algunos problemas existentes en los sistemas de energía convencionales y mejorar la confiabilidad general del sistema. (Albadi & El-Saadany, 2008) (Aghaei, Alizadeh, Siano, & Heidari, 2016) Es así como a nivel global entidades energéticas reconocidas como la FERC (Federal Energy Regulatory Commission ) y la NERC (North American Electric Reliability Corporation) han precisado este concepto a los cambios en el uso de la electricidad por parte de los clientes de uso final o ‘recursos del lado de la demanda’, con respecto a sus patrones de consumo, en respuesta a los cambios en el precio de la electricidad e incentivos diseñados para inducir una reducción del consumo total de electricidad del nivel de demanda instantánea, cuando los precios de la electricidad en el mercado mayorista son altos o cuando la confiabilidad del sistema está en peligro.

En términos generales los programas de respuesta de la demanda (PRD) son el medio para implementar la participación del usuario final en el mercado eléctrico y su ejecución depende de factores como la identificación y caracterización de las necesidades del sistema, la identificación de la capacidad de los recursos del lado de la demanda y la identificación de la solución - compatibilización de los requerimientos con las capacidades (Del Rosso & Ghia, 2009). Existen dos categorías principales a nivel mundial; Programas basados en incentivos (PBI), que se caracterizan por otorgar un estímulo económico a los usuarios correspondiente a su rendimiento de participación, y los Programas basados en precios (PBP), que buscan que los participantes tomen decisiones de consumo con base al precio de la energía eléctrica (Albadi & El-Saadany, 2008) (Paterakis, Erdin, & Catalão, 2017). Durante algunos años los PRD han sido desarrollados como una posible solución en el sector energético mundial, para fomentar la disminución de la potencia límite que se asocia al consumo de los usuarios; especialmente en horas pico, y garantizar de esta manera la confiabilidad, la seguridad del sistema eléctrico y los precios de la energía.

El primer obstáculo que resalta a la vista para la integración de los recursos de RD en las estructuras de los mercados de la electricidad es la ausencia de cánones que impliquen su participación en la prestación de diferentes servicios o la presencia de normas que limiten su potencial.

En el caso colombiano, a través de la Ley 1715 del 2014 (Congreso de Colombia, 2014) que tiene por objeto promover el desarrollo y la utilización de las fuentes no convencionales de energía, en compañía de las directrices estipuladas en el Decreto 2492

del mismo año, se adoptan las primeras disposiciones en materia de implementación de mecanismos de RD en el país (UPME, 2016), con el objeto de respaldar este tipo de alternativas de gestión de eficiencia energética, para buscar un mayor aprovechamiento de la energía eléctrica que permita asegurar un futuro sostenible. Además, mediante el estudio presentado en el documento CREG 077/2014 (CREG, 2014) que aborda el tema de la expansión en generación de energía eléctrica y Cargo por Confiabilidad, se presenta un análisis de posibles esquemas para la participación de la demanda directamente en las subastas del cargo por confiabilidad lo que indica la fuerza que los mecanismos de RD están tomando como alternativa para el suministro y recurso energético en el país.

Para entender la base de cómo se encuentra establecido el mercado mayorista y los esquemas establecidos que incluyen participación de la RD, es importante comprender que en Colombia, las condiciones normales de operación de la bolsa de MEM administradas por XM, es aquel escenario en el que participan generadores y comercializadores realizando transacciones a precio de bolsa, tal como se muestra en la Figura 1, este valor constituye a un precio único para el Sistema Interconectado Nacional (SIN) en cada periodo horario, que equivale a el precio de oferta mayor de las unidades de energía con despacho centralizado. Cuando este precio alcanza el valor máximo que la demanda puede pagar por la energía, se dice que alcanzo el precio de escasez. Esta cuantía corresponde a el precio techo de venta de energía, y se calcula mensualmente con base en la variación de un índice de precios de combustibles y a los costos variables asociados al SIN. (CREG, 2017).

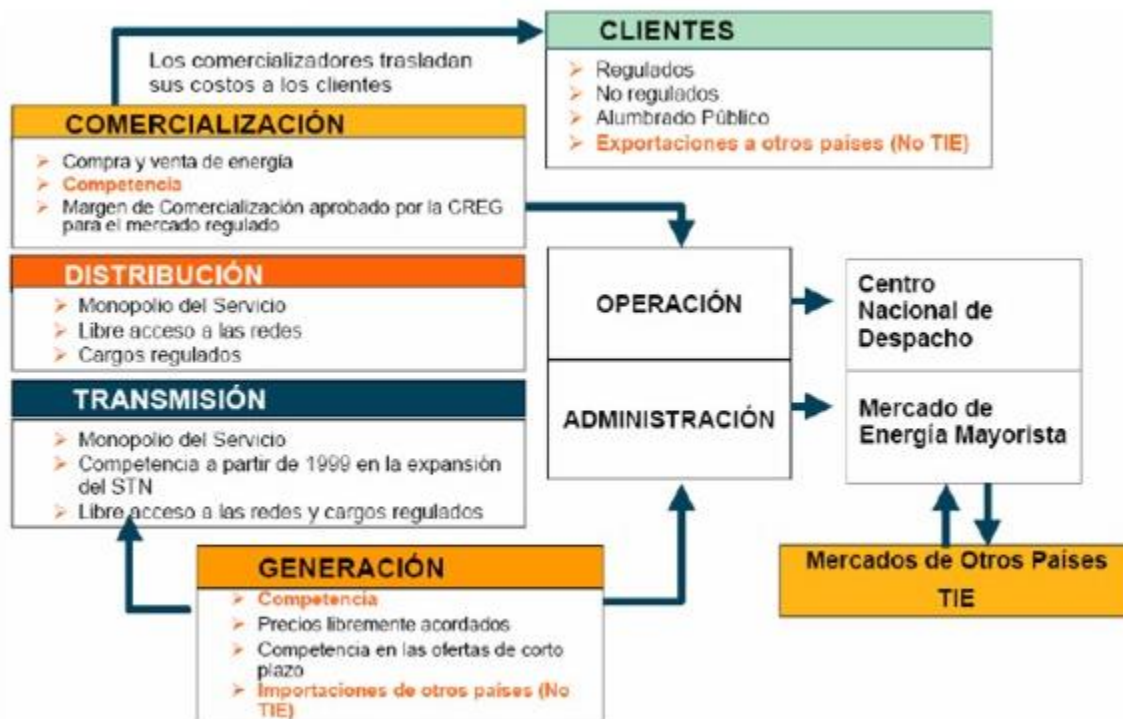


Figura 1. Diagrama esquemático reducido del mercado eléctrico colombiano.

Fuente: Tomada de Compañía de expertos en mercados (XM)

En la actualidad existen dos esquemas de RD regulados por la CREG a través de la participación en el mercado mayorista de energía en Colombia, en ambos casos se basan en incentivos, la participación de los usuarios finales es de carácter voluntario, y se le otorga la responsabilidad de su cumplimiento y gestión formalmente a los agentes comercializadores.

El primero de los PBI es el esquema de demanda desconectable voluntaria (DDV), y corresponde a uno de los mecanismos de participación de RD introducido por medio de la Resolución CREG 063/2010 (CREG, 2010). En este programa se establece un contrato entre un comercializador que representa un grupo de usuarios regulados y/o

no regulados, y un generador. Esto con el fin de reducir el consumo de energía a la orden del generador. Este PBI en particular por su tipología, se cataloga como un PRDE (Programas de RD de Emergencia) correspondiente a los programas más nombrados en la literatura (Aghaei, Alizadeh, Siano, & Heidari, 2016), debido a que se proporciona un pago de incentivo a los clientes para reducir sus cargas durante eventos desencadenados por confiabilidad, pero la reducción es voluntaria. Los clientes pueden optar por renunciar al pago y no acortar cuando se les notifique. El nivel del pago generalmente se especifica de antemano. (Khajavi, Abniki, & Arani, 2011).

El DDV, es considerado como uno de los anillos de seguridad del Cargo por Confiabilidad, el cual se define como el sistema de remuneración en el que participan tanto los generadores propietarios de plantas y unidades de generación existentes como los potenciales inversionistas interesados en desarrollar nuevos proyectos de generación, para asegurar la confiabilidad en el suministro de energía en el largo plazo y/o ante situaciones de escasez con precios eficientes. Esto es posible mediante un vínculo jurídico entre la demanda del MEM y los generadores denominado Obligaciones de Energía Firme (OEF). (UPME, 2016)

El segundo PBI es el determinado para el mercado diario en condición crítica, y está explícito por la resolución CREG 011/2015 (CREG, 2015). Este programa se caracteriza por determinar la reducción de demanda energética directamente relacionada con las señales del precio del mercado mayorista. Teniendo presente la condición general del uso de esta alternativa de reducción de demanda para escenarios de condiciones críticas, o sea, cuando el precio de bolsa supera el precio de escasez. Esta condición



puede ser consecuencia del desabastecimiento de la capacidad de generación debido a factores ambientales y/o de factores sociales, tales como la presencia del fenómeno climático del niño.

Para participar en este programa, un comercializador en representación de un grupo de usuarios, hace una única oferta para las 24 horas, de precio y cantidad de reducción de energía directamente en el mercado mayorista. La remuneración de los consumidores finales representados por el agente comercializador en el mercado mayorista corresponde a la cantidad de demanda reducida por la diferencia entre el precio de bolsa y el precio de escasez.

La tipología de este esquema hace referencia al programa mercado de capacidad (PMC), porque los clientes se comprometen a proporcionar reducciones de carga cuando surgen contingencias del sistema, y están sujetos a sanciones si no acatan a la señal de participación cuando se les ordena. Los programas de mercado de capacidad se pueden ver como una forma de seguro (Khajavi, Abniki, & Arani, 2011). A cambio de estar obligados a reducir la carga cuando se les indique, los participantes reciben pagos garantizados.

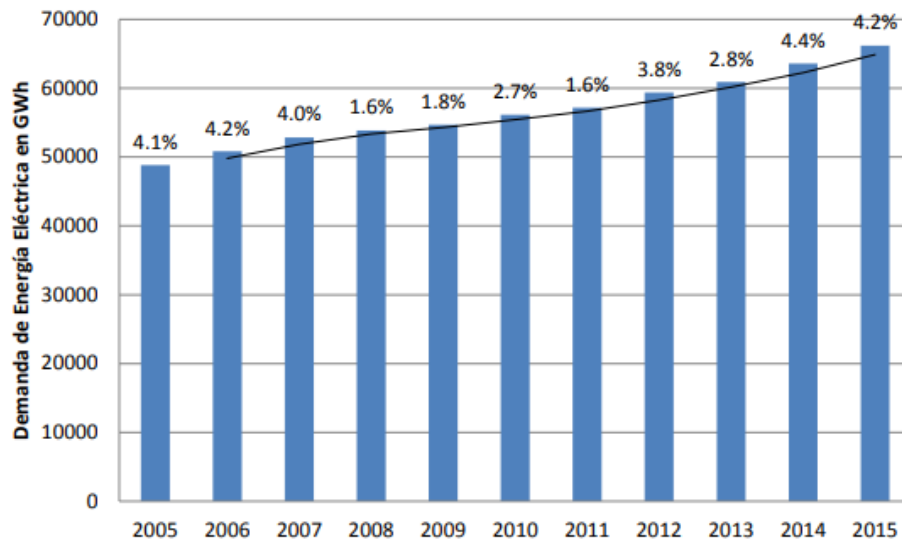
Para el análisis y planteamiento actual en Colombia de soluciones de gestión energéticas por medio de la participación de recursos por parte de la demanda, es necesario una evaluación de la inclusión de la participación de los usuarios finales en el mercado eléctrico diario colombiano que permita evaluar y cuantificar los parámetros económicos (costos y beneficios) asociados al consumo de electricidad de los clientes, teniendo en cuenta las condiciones normativas y regulatorias actuales del país, con el fin

de contribuir al cumplimiento de los objetivos energéticos de Colombia, tales como los establecido en el ideario energético de la UPME para el año 2050, y el mapa de ruta visión 2030 de las Smart Grids (UPME, 2016), y de esta manera alcanzar un suministro confiable y eficiente de la energía, minimizando el riesgo de cortes eléctricos y garantizando la continuidad de suministro, que a su vez da un impulso a mejorar la competitividad del país y obtener beneficios para los sectores tecnológico, eléctrico e industrial de Colombia.

### **Información general**

Durante la última década el ritmo de crecimiento de la demanda eléctrica total ha sido consistente, muestra de ello es el comportamiento anual del suministro de energía demandada en el país que se observa en la Figura 2. En donde se evidencia aumento porcentual del suministro de energía desde el año 2005- hasta el año 2015; año en el que este crecimiento fue disipado debido a las estrategias del gobierno, para reducir el consumo energético, como método para contrarrestar la condición crítica inducida por el fenómeno climático del niño. (Valencia López, 2016)

Por ello, los programas de respuesta de la demanda están siendo analizados como una posible solución en el sector energético, para fomentar la disminución de la potencia límite que se asocia al consumo de los usuarios; especialmente en horas pico, y garantizar de esta manera la confiabilidad, la seguridad del sistema eléctrico y los precios de la energía, con el objeto de generar un impacto significativo y perdurable en el tiempo acerca del consumo eficiente de la energía.



*Figura 2. Comportamiento de la demanda de energía en Colombia 2005-2015.*

*Fuente: Tomada de (Valencia López, 2016, pág. 26)*

El primer obstáculo para la integración de los recursos de respuesta a la demanda en las estructuras de los mercados de la electricidad es la ausencia de reglas que impliquen implícitamente su participación en la prestación de diferentes servicios o la presencia de normas que limiten su potencial.

En Colombia a través de la Ley 1715, y de resoluciones y documentos expedidos por el ente regulador CREG, se está tratando de respaldar este tipo de iniciativas que abre las puertas a alternativas de gestión de eficiencia energética, que buscan el mayor aprovechamiento de la energía eléctrica para asegurar un futuro sostenible. Por ello, esta clase de investigaciones representan herramientas que aportan al desarrollo sostenible del país.

En este trabajo investigativo se propone un modelo matemático general que permite evaluar y cuantificar la variación de perfil de consumo de potencia eléctrica diario y parámetros económicos, debido al impacto de la participación de los usuarios regulados y no regulados en el MEM por medio de los dos PBI regularizados en el país por la CREG; El DDV y el esquema para el mercado diario en condición crítica y de esta manera contribuir al cumplimiento de los objetivos energéticos de Colombia. Para esto, se presenta como sigue:

En el Capítulo 2, se muestra las bases matemáticas y económicas para abordar el tema, mencionando los principales conceptos que describen el desarrollo de la investigación.

En el Capítulo 3, se presenta la metodología propuesta para abordar el problema y se desarrolla el modelo matemático propuesto para la evaluación de la participación ideal de los usuarios finales en el MEM.

En el Capítulo 4, se presentan los resultados numéricos obtenidos de acuerdo con la metodología empleada para los escenarios válidos.

En el Capítulo 5, se dan a conocer las conclusiones planteadas a partir del análisis de los resultados obtenidos en la valoración de los dos esquemas de PBI.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan ideas para el desarrollo de trabajos futuros.

## **Capítulo 2**

### **Bases matemáticas y económicas**

En este capítulo se encuentran establecidos los principios matemáticos y de microeconomía en las que se basan y desarrollan el trabajo investigativo. Por ello, se hace una introducción a los conceptos que permiten hacer una observación analítica con respecto a los mercados.

#### **Ley de demanda.**

Se denomina demanda a la cantidad de un bien o servicio al cual los consumidores se disponen a adquirir a un determinado precio, con el objeto de satisfacer sus necesidades y deseos en función de la capacidad de pago. (Khan Academy, 2018). Por lo tanto, la ley de la demanda obedece al principio de que la demanda de cualquier tipo de bien tiene una relación inversamente con su precio, siempre que los factores restantes sean constantes. Estos factores pueden ser el ingreso promedio de los consumidores, sus gustos y preferencias, precios de bienes relacionados, etc. Por ello, una curva de demanda es una representación gráfica que muestra la relación de la cantidad de demanda a cada nivel de precio. (Miller & Meiners, 1990)

#### **Ley de oferta.**

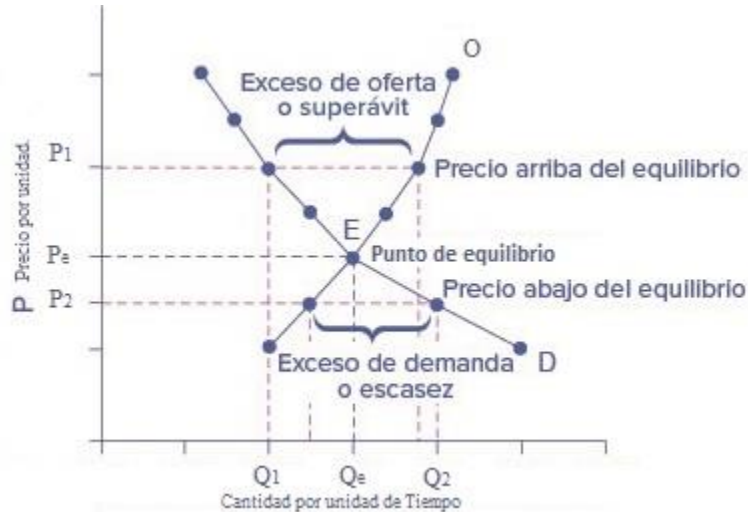
Se denomina oferta a la cantidad de un bien o servicio ofrecida por los productores al cual se disponen a proporcionar en un determinado precio, con el objeto de obtener un beneficio. Por lo tanto, la ley de la oferta obedece al principio de la existencia

de una relación positiva o directa entre la cantidad ofrecida de un bien y su precio, siempre que los factores restantes sean constantes. Por ello, una curva de oferta es una representación gráfica que muestra la relación de la cantidad ofertada a cada nivel de precio. Esta curva se caracteriza por ser una curva creciente independiente de su forma ya que esta varía de acuerdo con el producto. (Miller & Meiners, 1990)

### **Equilibrio de mercado.**

El equilibrio de mercado corresponde a la intersección de las curvas de oferta y de demanda; para establecer el precio al cual se opera y la cantidad que se venderá y comprará en un mercado. Esta intersección se conoce como punto de equilibrio de mercado y se puede visualizar en la Figura 3, en este punto se establece el único precio en el cual la cantidad demandada es igual a la cantidad ofrecida; denominado precio de equilibrio ( $P_e$ ) y en el que la cantidad de producto que adquieren los consumidores es igual a la cantidad ofrecida por los productores; se llama cantidad de equilibrio ( $Q_e$ ).

En el caso que la cantidad ofrecida  $Q_e$  en el precio  $P_1$  exceda la cantidad demandada, la diferencia constituye un exceso de la cantidad, considerada una abundancia relativa. De otro lado, la cantidad demandada  $Q_e$  al precio  $P_2$ , corresponde a la escasez relativa, debido a la insolvencia del bien o servicio. (Miller & Meiners, 1990)



*Figura 3. Cruce entre las curvas de oferta y demanda.*

*Fuente: Editado de (Khan Academy, 2018)*

### **Teoría del consumidor: preferencias y restricciones.**

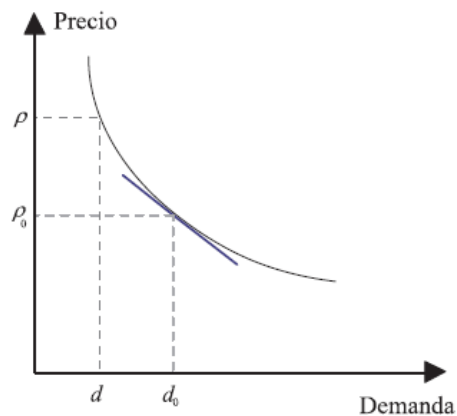
Es importante resaltar los aspectos que determinan la toma de decisiones por parte del consumidor; las preferencias y las restricciones determinan esta elección y describen los cimientos de la teoría del consumidor, la cual aborda el problema de cómo asignan los consumidores su renta o riqueza en la compra de distintos bienes en función de alcanzar el mayor grado de satisfacción posible.

El concepto de utilidad se usa para referirse a las preferencias, satisfacción, placer y/o beneficio que un individuo recibe por consumo de un bien específico. Una elección racional consiste en la intención de aumentar o disminuir la utilidad en función de la restricción presupuestaria. (Khan Academy, 2018)

### Elasticidad de la demanda para los usuarios.

En términos generales, la elasticidad de la demanda se trata de como los usuarios o clientes, ya sean de un bien o servicio, cambian su capacidad adquisitiva dependiendo de los precios que se tengan. En términos de electricidad, este concepto relaciona el cambio de los patrones de consumo energético con las tarifas o precio del kWh que se tenga en determinado periodo.

En la Figura 4. se puede observar la representación gráfica del comportamiento típico de la demanda de un bien o producto por parte de un consumidor con respecto al precio. Entre más alto el precio menos es la demanda que se tiene por parte de los usuarios.



*Figura 4. Curva típica de precio vs demanda.*

*Fuente: Tomada de. (Martínez Rubio & Salazar Lince, 2012, pág. 25)*

Por consiguiente, matemáticamente la elasticidad de la demanda corresponde a la relación porcentual, donde se afecta la variación de la cantidad demandada y la variación del precio en un determinado punto, tal como se expresa en (1)



$$E = \frac{\partial q}{\partial p} = \frac{p_0}{q_0} \cdot \frac{dq}{dp} \quad (1)$$

Donde:

$E$ =Elasticidad de la demanda.

$q$ =Demanda de energía eléctrica. [kWh]

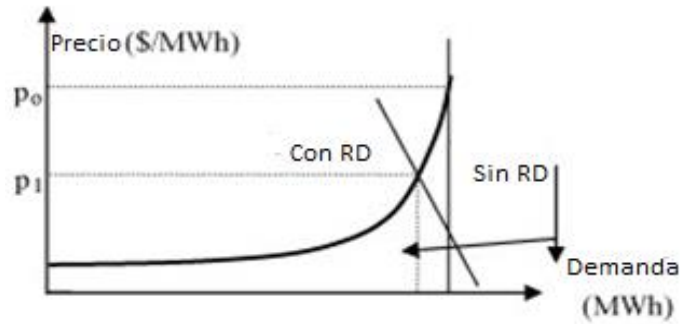
$p$ =Precio de la energía eléctrica. [\$/kWh]

$p_0$ =Precio inicial de la energía eléctrica. [kWh]

$q_0$ =Demanda inicial de la energía eléctrica. [\$/kWh]

### **Efecto de los PRD sobre los precios.**

En estudios de los PRD en mercados eléctricos, se determina que una pequeña reducción de la demanda da como resultado una gran reducción en el costo de generación y, a su vez, una reducción en el precio de la electricidad, como se muestra en la Figura 5. En este ejemplo, la curva de demanda original está representada por una línea vertical porque se supone que el sistema está sin PRD. Los PRD introducen una pendiente negativa en la curva de demanda original, lo que conduce a una pequeña reducción de la demanda y a una enorme reducción en el precio.



*Figura 5. Efecto simplificado de RD sobre los precios de mercado de la electricidad.*

*Fuente: Editada de (Albadi & El-Saadany, 2008, pág. 3)*

### **Estática comparativa.**

La estática comparativa consiste en confrontar dos o más situaciones diferentes, comparando el equilibrio resultante con el original, en las que las variables observadas toman valores distintos; estas variables suelen ser la oferta y la demanda. Lo que permite realizar un análisis de la nueva posición de equilibrio con respecto al resultado de estos cambios de parámetros. (Policonomics, 2018)

### **Norma $l_2$**

Dado la necesidad de cuantificar el impacto de los PBI sobre la curva de respuesta de la demanda en el mercado eléctrico diario, esta noción de medición se puede explicar a través del uso de la norma  $l_2$  aplicada a valores discretos. Esto permitiría saber si el PBI genera un mejor perfil de la curva de respuesta de la demanda comparado con la curva del perfil de consumo actual en donde no se aplica ninguno de estos mecanismos. La norma  $l_2$  de un vector es:

$$l_2 = \|x\|_2 = (|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_n|^2)^{1/2} = \sqrt{\sum_{k=1}^n |x_k|^2} \quad (2)$$

### Capítulo 3

#### Modelo matemático de un PBI

Este problema de la inclusión de la participación de los recursos del lado de la demanda por medio de PBI en el MEM es representado a través de un modelo matemático de carga económica, para los esquemas de emergencia y condición de escasez para los cuales fueron planeados con base en las alternativas reguladas por la CREG. Esto con el objetivo de cuantificar el beneficio de los usuarios participantes sobre las características del perfil de potencia eléctrico diario, cuyos resultados y evaluación permitan hacer un análisis cualitativo y cuantificable de la penetración del recurso de RD en el MEM del país. En seguida, se mostrará el modelo de carga económica para representar los esquemas de DDV, y el modelo para el esquema para el mercado diario en condición crítica. Este modelo fue formulado con base a los trabajos (Aalami, Yousefi, & Parsa Moghadam, 2008) (Aalami, Khodaei, & Fard, 2011) y (Khajavi, Abniki, & Arani, 2011) ya que por su estructura se acomoda a la aplicación a todos los programas basados en incentivos y además representa los cambios en la demanda del cliente con respecto al cambio del precio de la electricidad, los incentivos y las multas impuestas a los clientes.

#### Formulación del modelo matemático.

De acuerdo con (1) la elasticidad precio del i-ésimo período versus j-ésimo período puede definirse como:

$$E_{ij} = \frac{\partial q}{\partial p} = \frac{p_0}{q_0} \cdot \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \quad (3)$$

Suponiendo que el cliente cambia su demanda de  $q_0$  (valor inicial) hacia  $q_i$  (valor final), con base al valor que se considere para el incentivo  $A_i$ , entonces tenemos:

- i. La capacidad de desplazar algunas de las cargas de un período a otro (por ejemplo, cargas de iluminación) y sólo podrían estar activadas o desactivadas. Por lo tanto, tales cargas tienen una sensibilidad en un solo período y se llama "auto elasticidad", y siempre tiene un valor negativo.

$$E_{ii} = \frac{\Delta q_i}{\Delta p_i} \leq 0 \quad (4)$$

- ii. Algunos consumos podrían ser transferidos desde el período de pico a los períodos fuera de pico o bajos. Este comportamiento se denomina sensibilidad multi-período y se evalúa por "elasticidad cruzada". Este valor siempre es positivo.

$$E_{ij} = \frac{\Delta q_i}{\Delta p_j} \geq 0 \quad (5)$$

Donde:

$\Delta q_i$  = Variación de la demanda en el i-ésimo periodo.

$\Delta p_i$  = Variación del precio en el i-ésimo periodo.

$\Delta p_j$  = Variación del precio en el j-ésimo periodo.

Por consiguiente, para un período de programación de 24 horas, los coeficientes de auto-elasticidad y elasticidad cruzada pueden disponerse en una matriz 24x24 como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta q(1) \\ \Delta q(2) \\ \Delta q(3) \\ \dots \\ \Delta q(24) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & \dots & \dots & E_{124} \\ E_{21} & E_{22} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & E_{ij} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ E_{241} & \dots & E_{24j} & \dots & E_{2424} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \Delta \rho(1) \\ \Delta \rho(2) \\ \Delta \rho(3) \\ \dots \\ \Delta \rho(24) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Los elementos diagonales de esta matriz representan las auto elasticidades y los elementos fuera de la diagonal corresponden a las elasticidades cruzadas. La columna j de esta matriz indica cómo un cambio en el precio durante el período único j afecta la demanda durante todos los períodos. Esta matriz se construyó con base en los valores mencionados en la Tabla 1

### **Modelo matemático para un único periodo.**

Suponiendo que:

$q_i$ =Demanda del cliente en la i-ésima hora. [kWh]

$\rho_i$ = Precio de bolsa en la i-ésima hora. [\$/kWh]

$A_i$ = Incentivo en la i-ésima hora. [\$/kWh]

$B_{d_i}$ = Ingreso del cliente in la i-ésima hora. [\$]

$P_{\Delta q_i}$ = Precio de incentivo para el i-ésima hora. [\$]

Suponiendo que el cliente cambia su demanda de  $q0_i$  (valor inicial) hacia  $q_i$  (valor final), con base al valor que se considere para el incentivo  $A_i$ , entonces tenemos:

$$\Delta q_i = q0_i - q_i \quad (7)$$

Si el incentivo  $A_i$  es pagado al cliente en la i-ésima hora para cada kWh de carga reducida, el total del incentivo por su participación en el programa de respuesta de la demanda de desconexión voluntaria DDV (CREG, 2010) es el siguiente, teniendo en cuenta que este valor  $A_i$  corresponde a un valor fijo que representa el precio de escasez:

$$P_{\Delta q_i} = A_i[q0_i - q_i] \quad (8)$$

Si el cliente que se ha inscrito en el programa de DR, expuesto en la CREG 011-15, no se compromete con sus obligaciones de acuerdo con el contrato, se enfrentará a la penalización. Si el nivel del contrato para la hora  $i$  y la penalización para el mismo período se denotan por  $IC_i$  y  $pen_i$ , respectivamente, entonces la penalización total,  $PEN_{\Delta q_i}$ , se contará así:

$$PEN_{\Delta q_i} = pen_i[IC_i - q_i] \quad (9)$$

En el esquema DDV no existe penalización.

Si se supone que  $B_{q_i}$  es el ingreso del cliente durante la hora  $i$ -ésima del uso de la energía eléctrica  $q_i$  kWh, entonces el beneficio del cliente. Por lo tanto, el beneficio del cliente,  $S$  (\$), para la  $i$ -ésima hora será el siguiente:

$$S_{q_i} = B_{q_i} - q_i \rho_i + A_i[q_{0i} - q_i] - PEN_{\Delta q_i} \quad (10)$$

Para maximizar el beneficio del usuario,  $\frac{\partial S}{\partial q_i}$  debería ser igual a cero, para ello:

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = \frac{\partial B_{q_i}}{\partial q_i} - q_i + \frac{\partial P_{\Delta q_i}}{\partial q_i} - \frac{\partial PEN_{\Delta q_i}}{\partial q_i} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial B_{q_i}}{\partial q_i} = q_i + A_i + pen_i \quad (12)$$

La función de beneficio más usada es la función de beneficio cuadrática:

$$B_{q_i} = B_{0i} + \rho_{0i} * [q_i - q_{0i}] \left\{ 1 + \frac{q_i - q_{0i}}{2E_i q_{0i}} \right\} \quad (13)$$

Donde:

$B_{0i}$ = Beneficio cuando la demanda es el valor nominal  $q_{0i}$ . [\$]

$\rho_{0i}$ =Precio de la energía eléctrica cuando la demanda es el valor nominal. [\$/kWh]

Considerando (12) y (13)

$$\rho_i + A_i + pen_i = \rho_{0i} \left\{ 1 + \frac{q_i - q_{0i}}{E_i q_{0i}} \right\} \quad (14)$$

$$\rho_i - \rho_{0i} + A_i + pen_i = \rho_{0i} \frac{q_i - q_{0i}}{E_i q_{0i}} \quad (15)$$

Si  $A_i$  es igual a cero (es decir que no existe ninguna remuneración en el incentivo),  $q_i$  será igual a  $q_{0i}$ . Por lo tanto, el precio de la electricidad no cambiará y la elasticidad del precio será igual a cero. Por lo tanto, el consumo de los usuarios será la siguiente:

$$q_i = q_{0i} \left\{ 1 + \frac{E_{ii}[\rho_i - \rho_{0i} + A_i + pen_i]}{\rho_{0i}} \right\} \quad (16)$$

### Modelación de cargas elásticas en varios periodos.

La elasticidad de demanda cruzada entre el  $i$ -ésimo y el  $j$ -ésimo periodo de tiempo está definido por la suposición de linealidad de la siguiente manera:

$$E_{0ij} = \frac{\rho_{0j}}{q_{0i}} \cdot \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \quad (17)$$

$$E_{0ij} \leq 0 \quad \text{si } i = j$$

$$E_{0ij} \geq 0 \quad \text{si } i \neq j$$

En (17) suponemos que  $\frac{\partial q_i}{\partial p_j}$  es constante para  $i, j = 1, 2, 3, \dots, 24$ . Entonces, la respuesta de la demanda con respecto a la variación de precio se puede definir como una función lineal:

$$q_i = q_{0i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{24} E_{0ij} \frac{q_{0i}}{\rho_{0j}} [\rho_j - \rho_{0j}] \quad (18)$$

para  $i = 1, 2, \dots, 24$ .

Ahora, si el incentivo y la penalidad son incluidas en el precio:

$$q_i = q0_i \left\{ 1 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{24} E0_{ij} \frac{[\rho_j - \rho0_j + A_j + pen_j]}{\rho0_j} \right\} \quad (19)$$

### **Modelo económico de consumo.**

Combinando las ecuaciones (16) y (19), el modelo de respuesta de carga económica es el siguiente:

$$q_i = q0_i \left\{ 1 + E_{ii} \frac{[\rho_i - \rho0_i + A_i + pen_i]}{\rho0_i} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{24} E_{ij} \frac{[\rho_j - \rho0_j + A_j + pen_j]}{\rho0_j} \right\} \quad (20)$$

### **Usuarios participantes en Colombia.**

En Colombia existen dos tipos de consumidores denominados usuarios en la regulación eléctrica debido a su naturaleza de servicio público. Estos son los usuarios regulados; corresponden en su gran mayoría consumidores residenciales, y los usuarios no regulados; estos suelen ser usuarios industriales y comerciales dados sus niveles de consumo (Gutiérrez Gómez, 2011).

Los PRD se implementan con el objeto de generar un efecto elástico en la demanda, ya que, en las condiciones actuales en las que los recursos del lado de la demanda no son participantes del MEM se considera la demanda de energía eléctrica es inelástica, lo que significa que el consumo de energía es indiferente a la variación en el



precio de esta (Martínez Rubio & Salazar Lince, 2012). Debido a este motivo actualmente no existen valores oficiales que representen la elasticidad de la demanda de los consumidores del país. Por ello, los valores de elasticidad para los usuarios finales fueron seleccionados a través de los trabajos desarrollados con esta misma temática en la literatura.

A continuación, se especifica los valores de elasticidad de la demanda de energía eléctrica cruzada y propia, que se asemejan al comportamiento de los participantes en Colombia, estos valores fueron tomados de (Khajavi, Abniki, & Arani, 2011):

*Tabla 1. Elasticidad de los usuarios participantes en Colombia.*

Participante	PROPIA	Cruzada
<i>Usuarios</i>	-0,03	0,007

*Fuente: Editada de The Role of Incentive Based Demand Response Programs in Smart Grid..*

En el anexo B, se adjunta la matriz de elasticidades para cada periodo según la Tabla 1.

Se puede inferir que los valores de elasticidades son válidos para el desarrollo del trabajo investigativo, debido a que como se mencionó anteriormente, en las condiciones actuales no existen registros públicos en la literatura colombiana de la implementación de estos PBI, por lo que la demanda sigue teniendo un comportamiento inelástico como se ha percibido durante muchos años, pero con esta nueva alternativa de hacer partícipes a los consumidores directamente en la bolsa de energía eléctrica representados por un comercializador, se asume que los usuarios cambian su elasticidad de la demanda de inelástica a elástica, ya que ellos por voluntad propia, están dispuestos a realizar un

cambio en los patrones de consumo cuando se requiera, porque decidieron participar en los programas de RD. Resaltando que su participación en el DDV, y en esquema de mercado diario en condición crítica, son de carácter voluntario.

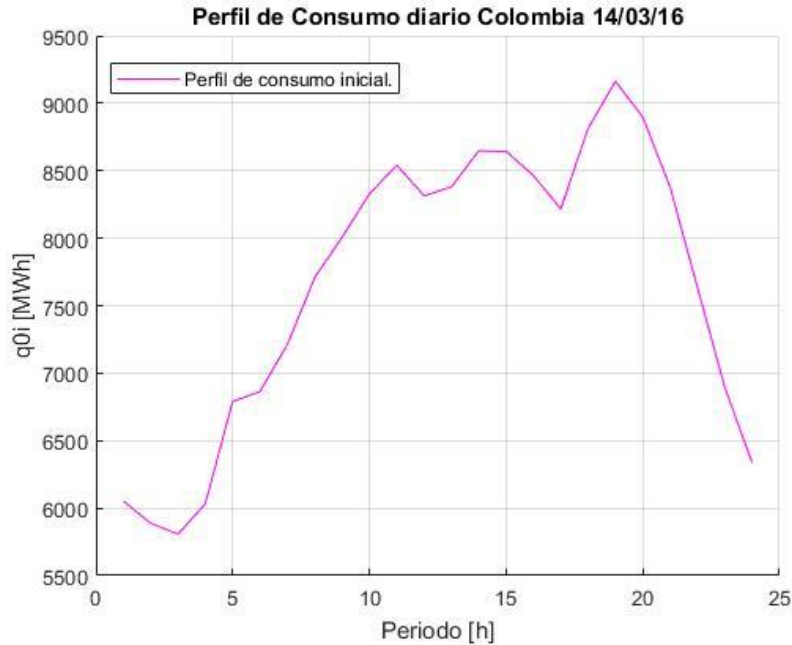
Para ámbitos del desarrollo de la investigación no se tendrá en cuenta la discriminación por tipo de usuario, debido a que, al acceder a participar voluntariamente en los PBI, se puede decir que tienen la misma capacidad de decisión para ser flexibles en sus consumos de energía eléctrica.

## **Capítulo 4**

### **Implementación del modelo y resultados numéricos**

Para la inclusión de recursos del lado de la demanda en el MEM se plantea como base de estudio el comportamiento de la curva de respuesta de la demanda del día 14 del mes de marzo del año 2016 debido a la crisis de escasez energética que sufrió el país como consecuencia principal del fenómeno del niño durante esa temporada. Este perfil de consumo se puede observar en la Figura 6. Curva de respuesta de la demanda inicial. La energía eléctrica está representada para cada una de las 24 horas de operación, los datos del sistema base fueron contruidos a partir de información proporcionada por XM Compañía Expertos en Mercados S.A. E.S.P (XM).

*Figura 6. Curva de respuesta de la demanda inicial.*



*Fuente: Xm. Elaboración propia.*

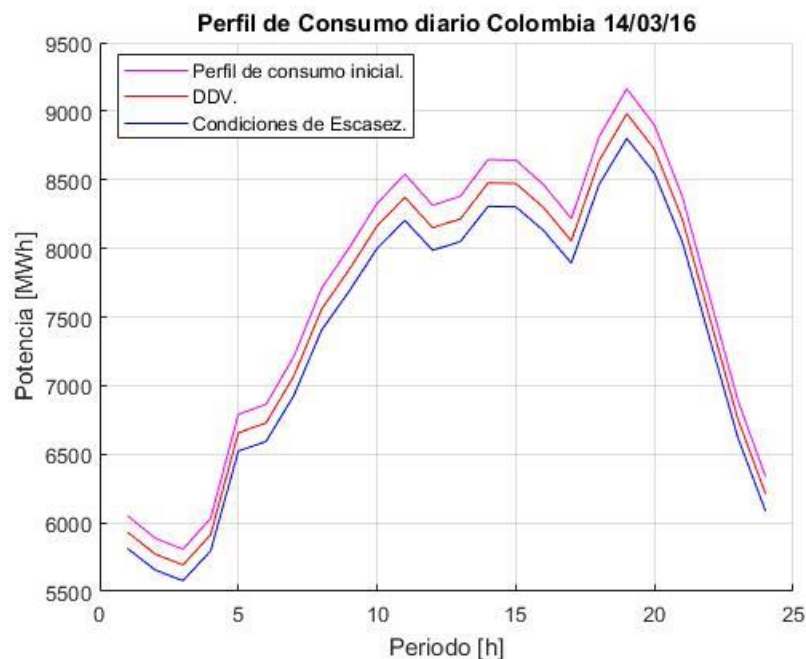
El sistema se evalúa en el software computacional MATLAB, teniendo en cuenta la potencia eléctrica, el precio de bolsa nacional, el estímulo positivo y negativo para cada periodo de tiempo, así como las elasticidades de demanda para cada usuario participante. En el anexo A, se encuentran las tablas de los valores usados.

Para obtener unos resultados acordes a los objetivos se plantearon dos casos de estudio: el primer caso es analizar los esquemas de RD en el mercado eléctrico con una elasticidad constante para cada periodo tomando los valores de la Tabla 1. En el segundo caso, se plantea el análisis de los esquemas de RD haciendo una diferenciación en la elasticidad dependiendo de la franja horaria tomando los valores de la Tabla 4.

### Caso 1: resultados de los PBI con una elasticidad constante para cada periodo.

En este primer caso se analiza el impacto desde el punto de vista del perfil de consumo y económico, de cada uno de los dos PBI asumiendo una elasticidad de la demanda constante durante todo el día. En la Figura 7 se presentan los resultados para el perfil de consumo con respecto al caso inicial planteado.

*Figura 7. Curva de respuesta de la demanda con la inclusión PBI para el caso 1.*



*Fuente: Elaboración propia*

En las Tabla 2 y Tabla 3 se encuentra un resumen en el que se puede hacer una comparación de los resultados obtenidos a través de estudios numéricos desde puntos de vista económicos y en relación con las características de la curva de respuesta de la demanda que permiten evaluar el impacto de su inclusión. Estos resultados que se muestran en la Tabla 2 incluyen, el costo de consumo de energía eléctrica, beneficios por

el incentivo de los PBI, ingresos y beneficios. Además, la reducción máxima del consumo de energía eléctrica y de potencia eléctrica, cuyo resultado se muestra en la Tabla 3, producto de la aplicación de la norma  $l^2$ .

*Tabla 2. Comparación económica entre los PBI.*

Programa	Consumo de los Usuarios. (millones \$)	Incentivo de PBI. (millones \$)	Ingresos de Utilidad. (millones \$)	Beneficio del usuario. (millones \$)	Beneficio del PBI (%)
<b>Caso inicial.</b>	162.651,6	0	0	0	0
<b>DDV.</b>	159.443,8	2.110,3	157.333,5	5.318,1	3,2
<b>Cond. Escasez</b>	156.236,2	4.220,6	152.015,6	10.636,0	6,6

*Fuente: Elaboración propia.*

*Tabla 3. Comparaciones técnicas entre los PBI.*

Programa	Pico (MW)	Reducción de pico (%)	Consumo de energía (MWh)	Reducción de energía (%)
<b>Caso inicial.</b>	9,162800	0,000000	184,006000	0,000000
<b>DDV.</b>	8,982000	1,973196	180,377500	1,971947
<b>Cond. Escasez.</b>	8,801300	2,011801	176,748800	2,011725

*Fuente: Elaboración propia.*

En el caso de la implementación del esquema de DDV, se logra una reducción del consumo de energía del 1.98% y un beneficio para los usuarios de 5.318,1 millones en comparación al costo de su consumo energético sin mecanismo de RD, siendo este el caso menos favorable, ya que solo representa un 3,2 % en comparación al esquema de condiciones de escasez que representa un 6,6% podríamos estar hablando de un gran potencial de este recurso para el país, no solo para escenarios donde la confiabilidad del sistema se encuentre en peligro, sino para otro tipo de circunstancias.

## Caso 2: resultados de los PBI con una diferenciación en la elasticidad.

Para este caso se hace una suposición de que los intervalos entre los periodos de tiempo debido a su comportamiento de carga y precio de energía tienen una elasticidad diferente. La técnica que se utilizó para hacer esta distinción de periodos; pico, fuera de pico y valle, corresponde a cuán alta porcentualmente sea la demanda de potencia eléctrica con respecto a la demanda máxima del día. La demanda del período pico está entre el 90% y el 100% de su rango. La demanda del período fuera pico oscila entre el 70% y el 90% de su rango. La demanda de período valle está entre 0% y 70% de su rango.

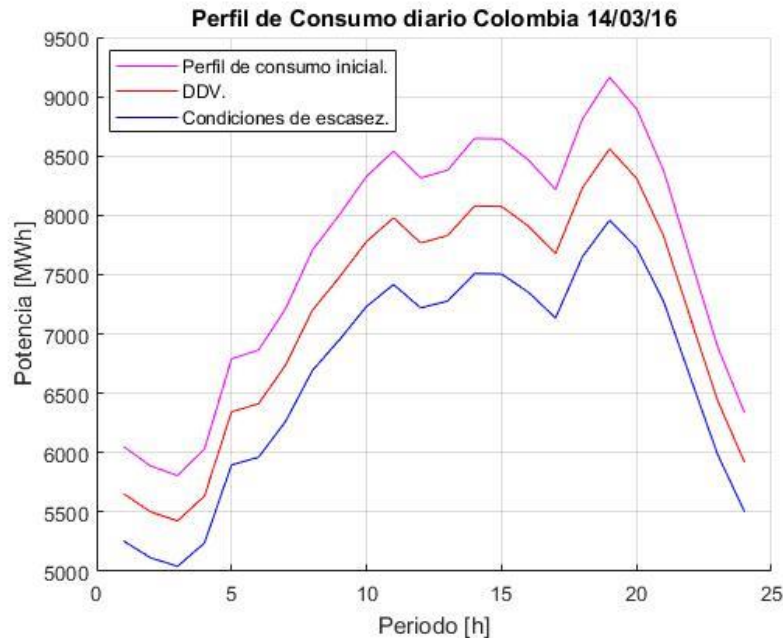
A continuación, en la Tabla 4, se declaran los valores de elasticidad, estos fueron formulados con base a los siguientes trabajos de investigación (Aalami, Parsa Moghaddam, & Yousefi, 2010) (Aalami, Khodaei, & Fard, 2011) y (Aalami, Yousefi, & Parsa Moghaddam, 2008):

*Tabla 4. Elasticidad propia y cruzada.*

	<b>Pico</b>	<b>Fuera de Pico</b>	<b>Valle</b>
<b>Pico</b>	-0,10	0,016	0,012
<b>Fuera de Pico</b>	0,016	-0,10	0,01
<b>Valle</b>	0,012	0,01	-0,10

En el anexo C, se adjunta la matriz de elasticidades para cada periodo según la Tabla 4.

Figura 8. Curva de RD con la inclusión PBI para el caso 2.



Fuente: Xm. Elaboración propia

En este caso en particular, en el que la elasticidad de la demanda de energía eléctrica no es constante para cada uno de los periodos nos trae un escenario posiblemente más cercano a la realidad de cómo podría ser la implementación de estos PBI, en el sentido de que la decisión de ser flexible con la reducción energética influye mucho con respecto a las actividades que se desarrollen cotidianamente durante cada periodo del día.

Según los resultados resumidos en las Tabla 5 y Tabla 6, se puede apreciar que el PBI con mayor aceptación es el de condiciones de escasez con una reducción de energía de 7,04 % trae un beneficio económico de \$40.351,4 millones para los usuarios participantes.



*Tabla 5. Comparación económica entre los PBI.*

<b>Programa</b>	<b>Consumo de los Usuarios. (millones \$)</b>	<b>Incentivo de PBI. (millones \$)</b>	<b>Ingresos de Utilidad. (millones \$)</b>	<b>Beneficio del usuario. (millones \$)</b>	<b>Beneficio del PBI (%)</b>
<b>Caso inicial.</b>	162.651,69	0	0	0	0
<b>DDV.</b>	146.716,7	7.040,9	139.675,7	22.975,9	14,12
<b>Cond. Escasez</b>	136.382,2	14.082,0	122.300,2	40.351,4	27,50

*Fuente: Elaboración propia*

*Tabla 6. Comparaciones técnicas entre los PBI.*

<b>Programa</b>	<b>Pico (MW)</b>	<b>Reducción de pico (%)</b>	<b>Consumo de energía (MWh)</b>	<b>Reducción de energía (%)</b>
<b>Caso inicial.</b>	9,162800	0,000000	184,006000	0,000000
<b>DDV.</b>	8,559700	6,582049	171,898600	6,579894
<b>Cond. Escasez.</b>	7,956700	7,044639	159,790400	7,043804

*Fuente: Elaboración propia*

## **Análisis cualitativo**

En cuanto a las ventajas que podrían tener la implementación de los PBI en el MEM, se podrían decir que:

Los agentes generadores tienen el control de usar el recurso del DDV, como soporte para respaldar sus obligaciones de energía firme (OEF) del Cargo por Confiabilidad.

Como efecto de la reducción de la demanda, el usuario final podrá recibir un componente adicional de remuneración igual a la diferencia entre el precio de bolsa y el precio de escasez.

Se abre una nueva alternativa de beneficios económicos para los operadores de red, que representen al grupo de usuarios finales que participen en dichos PBI.

## **Capítulo 5**

### **Conclusiones y recomendaciones**

Se logro evaluar y cuantificar la variación del perfil de consumo de potencia eléctrico diario, por medio de la formulación de un modelo matemático adaptado al marco regulatorio del país, contribuyendo de esta manera al cumplimiento de los objetivos energéticos de Colombia.

Se evidenció que la integración de los PBI en el MEM es posible ante el escenario del DDV y el de condición crítica de escasez, abriendo una alternativa para el aprovechamiento racional de los recursos energéticos por medio del desarrollo del marco regulatorio colombiano y activación de los recursos del lado de la demanda.

El análisis de la implementación de los PBI en el mercado eléctrico diario, evidencia que, en efecto, su aceptación está directamente relacionada con los estímulos; positivos y negativos. Ya que en los dos casos que fueron desarrollados; con un valor de la elasticidad constante y otro en el que existían diferentes valores. El escenario de condiciones de escasez fue el más aceptado por los usuarios finales y en el que se generó un mayor impacto.

Es sustancial tener presente que las participaciones en el programa disminuirán con el tiempo; el número de usuarios que están dispuestos a realizar una disminución de carga durante el primer periodo es mayor que el número de usuarios que acuerdan disminuir su carga durante los siguientes, por lo que es recomendable determinar una función del incentivo, si se desea establecer un modelo de PBI que permita consolidarse como un recurso perdurable en el tiempo con respecto al consumo eficiente de la energía.

## **Capítulo 6**

### **Trabajos futuros**

Es recomendado realizar un estudio detallado del consumo energético con respecto a la variación del precio en Colombia, para poder profundizar en proyectos que apunten a la inclusión de la RD, que tengan un soporte técnico y real que permitan validar el impacto de estas alternativas en el país detalladamente. Por ello, se propone para un trabajo futuro un estudio de elasticidad de la demanda de energía eléctrica en el país que permita generalizar su comportamiento real.

Además, es imprescindible realizar una definición de un marco regulatorio sólido que permita reforzar el planteamiento de la participación de programas de respuesta de manera amplia y detallada, con el objeto de usar y respaldar la participación activa y eficiente de este recurso energético, debido a que actualmente la incertidumbre en el mercado restringe su participación.

Finalmente, una posibilidad de trabajo futuro se orienta al impulso de la formulación un modelo desarrollado con base en la teoría de juegos. Esto se plantea con el objeto de involucrar los intereses directos de todos los agentes que participan en el MEM.

## Lista de referencias

- Aalami, H. A., Khodaei, J., & Fard, M. (2011). Economical and technical evaluation of implementation mandatory demand response programs on Iranian power system. *IEEE*.
- Aalami, H., Parsa Moghaddam, M., & Yousefi, G. (2010). Modeling and prioritizing demand response programs in power markets. *Elsevier: Electric Power Systems Research*, 426-435.
- Aalami, H., Yousefi, G. R., & Parsa Moghaddam, M. (2008). Demand Response model considering EDRP and TOU programs. *IEEE*.
- Aghaei, J., Alizadeh, M. I., Siano, P., & Heidari, A. (2016). Contribution of emergency demand response programs in power system reliability. *Elsevier: Energy*, 103, 688-696.
- Albadi, M. H., & El-Saadany, E. F. (Noviembre de 2008). A summary of demand response in electricity markets. *Elsevier Journal: Electric Power Systems Research*, 1989-1996.
- Congreso de Colombia. (13 de Mayo de 2014). Ley 1715 del 2014. *Por medio de la cual se regula la integración de las energías renovables no convencionales al Sistema Energético Nacional*. Colombia.
- CREG. (2010). Resolución 063/2010. . Bogotá.
- CREG. (2014). CREG 077 de 2014 “Expansión en Generación de Energía Eléctrica y Cargo por Confiabilidad”. Bogotá D.C.
- CREG. (2015). CREG 011/2015. Bogotá D.C.
- CREG. (24 de Julio de 2017). *Comisión de Regulación de Energía y Gas*. Obtenido de <http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/Documentos-Resoluciones?openview>
- Del Rosso, A., & Ghia, A. (2009). *Análisis de la respuesta de la demanda para mejorar la eficiencia de sistemas eléctricos*. Buenos Aires.
- Eric Weisstein. (10 de Marzo de 2018). *Wolfram MathWorld*. Obtenido de <http://mathworld.wolfram.com/L2-Norm.html>
- Federal Energy Regulatory Commission. (2013). Assessment of demand response and advanced metering. En *Demand-Response in the United States: Expansion Efforts and Electricity Market Activities* (págs. 113-153).
- Gutiérrez Gómez, A. (2011). Elasticidad precio- demanda de los usuarios no regulados en Colombia. Medellín, Antioquia, Colombia.
- Khajavi, P., Abniki, H., & Arani, A. (2011). The Role of Incentive Based Demand Response Programs in Smart Grid. *IEEE*.
- Khan Academy. (24 de Agosto de 2018). *Khan Academy*. Obtenido de Khan Academy: <https://es.khanacademy.org/economics-finance-domain/microeconomics/supply-demand-equilibrium/demand-curve-tutorial/a/law-of-demand>

- Martínez Rubio, L. H., & Salazar Lince, C. D. (2012). Impacto de la respuesta en demanda en el flujo de potencia óptimo AC. Pereira, Risaralda, Colombia.
- Merayo, F. G. (1995). Normas de vectores y matrices. En *Lecciones prácticas de cálculo numérico* (págs. 120-121). Madrid.
- Miller, R. L., & Meiners, R. E. (1990). *Microeconomía*. McGRAW-HILL.
- Paterakis, N. G., Erdin, O., & Catalão, J. P. (2017). An overview of Demand Response: Key-elements and international. *Elsevier:Renewable and Sustainable Energy Reviews*.(69), 871-891.
- Policonomics. (24 de Agosto de 2018). *Policonomic*. Obtenido de Economics made simple: <http://policonomics.com/es/estatica-comparativa/>
- UPME. (Abril de 2016). *Smart Grids Colombia Visión 2030: Política y Regulación*. . Recuperado el 12 de Octubre de 2017, de [http://www1.upme.gov.co/DemandaEnergetica/Smart%20Grids%20Colombia%20Visi%C3%B3n%202030/3\\_Parte3A\\_Proyecto\\_BID\\_Smart\\_Grids.pdf](http://www1.upme.gov.co/DemandaEnergetica/Smart%20Grids%20Colombia%20Visi%C3%B3n%202030/3_Parte3A_Proyecto_BID_Smart_Grids.pdf)
- Valencia López, D. (2016). Programas de Gestión de Demanda. Manizales, Colombia.
- XM Compañía Expertos en Mercados S.A. (s.f.). *XM*. Recuperado el 1 de Noviembre de 2017, de <http://informacioninteligente10.xm.com.co/demanda/Paginas/HistoricoDemanda.aspx>
- XM. (s.f.). *XM*. Recuperado el 20 de Abril de 2018, de <http://www.xm.com.co/Paginas/Mercado-de-energia/precio-de-bolsa-y-escasez.aspx>

## Anexo A

Los datos de entrada para ejecutar el modelo matemático fueron los valores del 14 de Marzo del 2016, los cuales fueron contruidos con base a la información proporcionada por XM Compañía Expertos en Mercados S.A. E.S.P (XM).

		<b>i</b>	<b>q0i</b>	<b>p0i</b>	<b>Ai,j</b>	<b>peni,j</b>
<b>Día</b>	<b>Fecha</b>	<b>Periodo [h]</b>	<b>Potencia [kWh]</b>	<b>Precio [\$/kW]</b>	<b>Precio [\$/kW]</b>	<b>Precio [\$/kW]</b>
Miércoles	14/03/2016	1	6051707,180	883,07694	580,645337	580,645337
		2	5888140,430	881,07694	578,645337	578,645337
		3	5806634,960	883,07694	580,645337	580,645337
		4	6032107,140	881,07694	578,645337	578,645337
		5	6790054,590	883,07694	580,645337	580,645337
		6	6864009,240	883,07694	580,645337	580,645337
		7	7211866,130	884,37794	581,946337	581,946337
		8	7708212,500	884,07694	581,645337	581,645337
		9	8005961,150	884,17694	581,745337	581,745337
		10	8327889,150	884,37794	581,946337	581,946337
		11	8540878,100	884,37794	581,946337	581,946337
		12	8314624,300	884,37994	581,948337	581,948337
		13	8380005,010	884,37794	581,946337	581,946337
		14	8647593,200	884,37994	581,948337	581,948337
		15	8643502,830	884,37994	581,948337	581,948337
		16	8464020,820	884,37994	581,948337	581,948337
		17	8216625,910	884,37994	581,948337	581,948337
		18	8812683,270	884,37694	581,945337	581,945337
		19	9162807,490	884,37994	581,948337	581,948337
		20	8896432,650	884,37994	581,948337	581,948337
		21	8378247,860	884,37994	581,948337	581,948337
		22	7634057,490	884,37994	581,948337	581,948337
		23	6893234,270	884,17694	581,745337	581,745337
		24	6335227,790	884,07694	581,645337	581,645337

[illegible]



[illegible]

